
Matemática Financiera

Autor:
**José M. Martín
Senmache
Sarmiento**

Capítulo 7:
**Teoría de Rentas
o Anualidades**

**Solución de
Ejercicio N°64**



e-financebook

64. **Sergio** decidió ahorrar el 5% de su sueldo en una cuenta del Banco del Futuro (por si algún día perdía su trabajo) acudiendo a depositar este dinero al final de cada mes, durante los últimos 8 años. Si se sabe que su sueldo mensual fue de S/. 4,500.00, se pide:

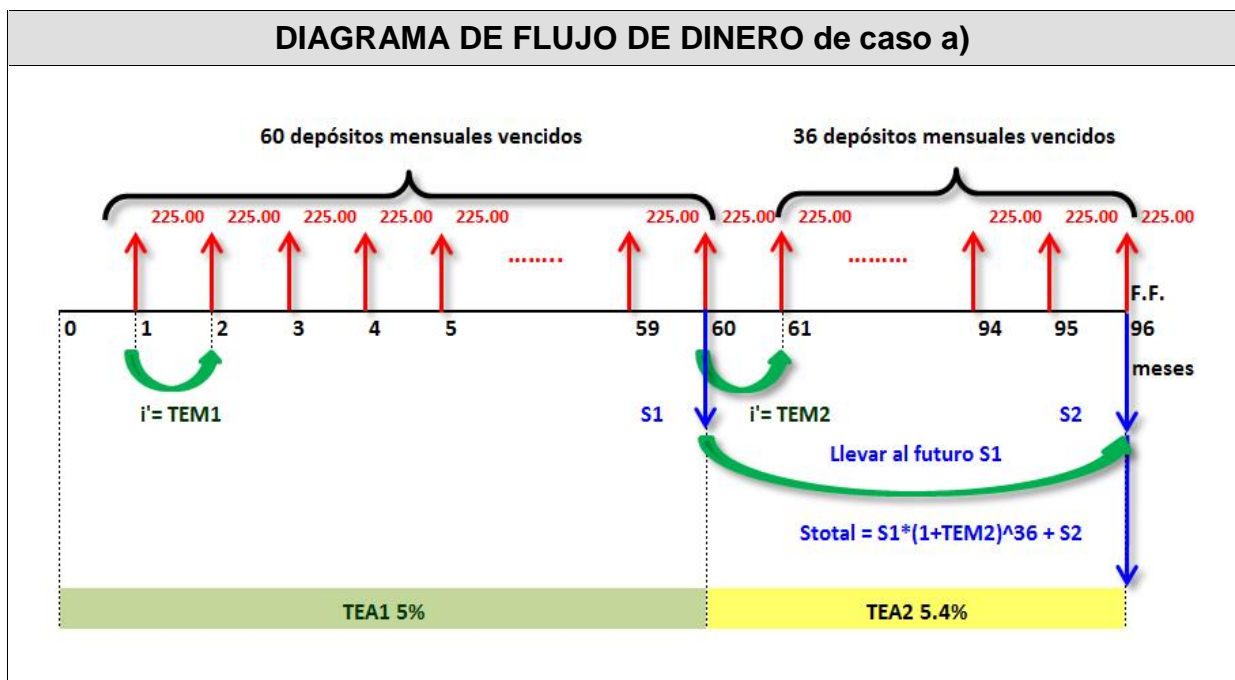
- ¿Saber de cuánto dispone hoy día Sergio, un instante después de realizar su depósito número 96, si el Banco le ofreció una tasa efectiva anual (TEA) de 5% en los primeros 5 años y una tasa efectiva anual (TEA) de 5.4% en los últimos 3 años?
- Si desea retirar su dinero en 12 cuotas mensuales vencidas y el rendimiento de su cuenta sigue siendo una tasa efectiva anual (TEA) de 5.4%, ¿Cuál será el valor de dicho retiro mensual?
- Si los retiros planteados en el caso b) fueran adelantados ¿Cuál será el valor de dicho retiro mensual?
- Si primero decide esperar 3 meses antes de iniciar el proceso de los 12 retiros mensuales del caso b) ¿Cuál será el valor de dicho retiro mensual?

Respuestas: a) S/. 26,620.44, b) S/. 2,282.22, c) S/. 2,272.24, d) **S/. 2,343.03 (FE DE ERRATAS)**

DATOS		
Nombre	Descripcion	Valor
% Ahorro	Porcentaje a ahorrar mensualmente	5%
f	Frecuencia de depósito	mensual
Sueldo	Sueldo	4,500.00
Tiempo	Tiempo con Sueldo	8 años
TE1	Tasa de Interés Efectiva Anual (TEA 1)	5%
Tiempo 1	Tiempo con TEA 1	5 años
TE2	Tasa de Interés Efectiva Anual (TEA 2)	5.4%
Tiempo 2	Tiempo con TEA 2	3 años

FÓRMULAS	
Número	Fórmula
19	$TEP_2 = (1 + TEP_1)^{\left(\frac{N^{\circ} \text{díasTEP2}}{N^{\circ} \text{díasTEP1}}\right)} - 1$
20	$S = C * (1 + TEP)^{\left(\frac{N^{\circ} \text{díasTrasladar}}{N^{\circ} \text{díasTEP}}\right)}$

49	$R = C * \left(\frac{TEP * (1 + TEP)^n}{(1 + TEP)^n - 1} \right)$
53	$S = R * \left(\frac{(1 + TEP)^n - 1}{TEP} \right)$
55	$Ra = \frac{R}{1 + TEP}$



SOLUCIÓN

a) Primero calculamos la tasa efectiva mensual 1 aplicada hasta el año 5 (TEM1) y la que se aplica hasta el año 8 (TEM2):

$$TEP2 = (1 + TEP1)^{\left(\frac{N^{\circ} \text{ días TEP1}}{N^{\circ} \text{ días TEP2}} \right)} - 1$$

$$TEM1 = (1 + TEA1)^{\left(\frac{30}{360} \right)} - 1$$

$$TEM1 = (1 + 5\%)^{\left(\frac{30}{360} \right)} - 1$$

$$\text{TEM1} = 0.00407412378$$

$$\text{TEM1} = 0.407412378\%$$

$$\text{TEM2} = \left(1 + \text{TEA2}\right)^{\left(\frac{30}{360}\right)} - 1$$

$$\text{TEM2} = \left(1 + 5.4\%\right)^{\left(\frac{30}{360}\right)} - 1$$

$$\text{TEM2} = 0.00439232227$$

$$\text{TEM2} = 0.439232227\%$$

Luego, calculamos el monto del ahorro mensual y el número de depósitos en 5 y 3 años respectivamente:

$$R = 5\% * 4,500.00 = 225.00$$

$$n1 = 5 * 12 = 60 \text{ depósitos}$$

$$n2 = 3 * 12 = 36 \text{ depósitos}$$

Y también calculamos los valores acumulados S1 (ahorro entre el mes 1 y el mes 60) y S2 (ahorro entre el mes 61 y el mes 96):

$$S1 = R * \left(\frac{(1 + \text{TEM1})^{n1} - 1}{\text{TEM1}}\right)$$

$$S1 = 225.00 * \left(\frac{(1 + 0.407412378\%)^{60} - 1}{0.407412378\%}\right)$$

$$S1 = 15,258.09$$

$$S2 = R * \left(\frac{(1 + \text{TEM2})^{n2} - 1}{\text{TEM2}}\right)$$

$$S2 = 225.00 * \left(\frac{(1 + 0.439232227\%)^{36} - 1}{0.439232227\%}\right)$$

$$S2 = 8,754.76$$

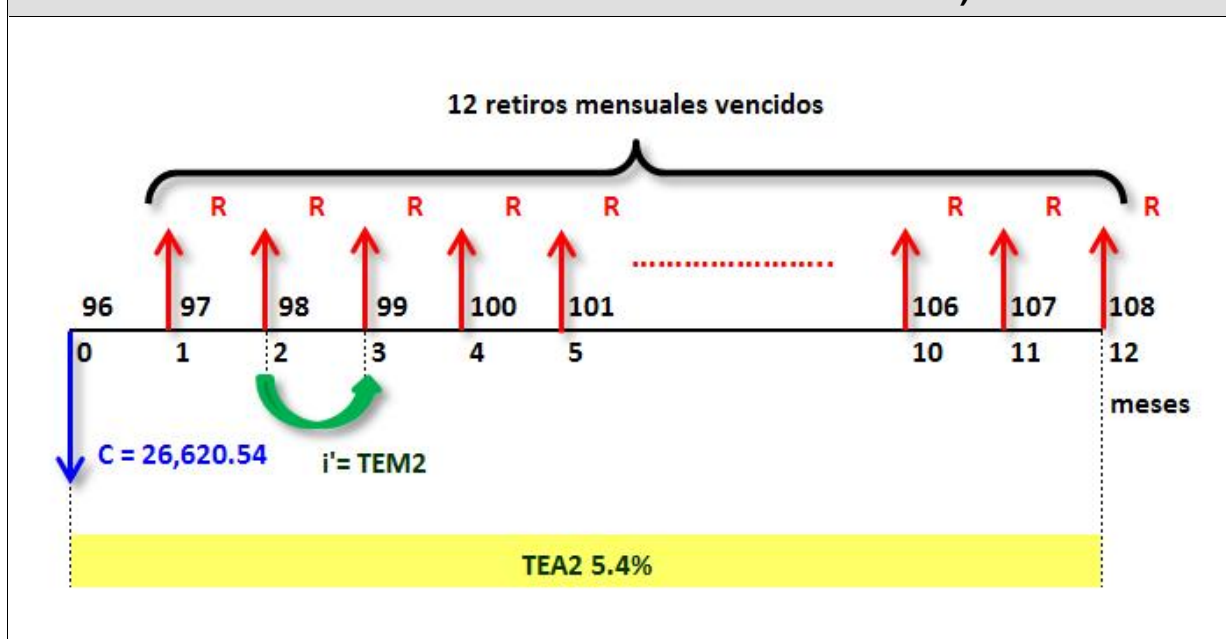
Finalmente, calculamos el valor futuro o ahorro acumulado en tiempo mes 96, para ello es necesario llevar S1 al futuro o tiempo mes 96:

$$S = S1 * \left(1 + \text{TEA}2\right)^{\left(\frac{\text{N}^\circ \text{ días Trasladar}}{360}\right)} + S2$$

$$S = 15,258.09 * \left(1 + 5.4\%\right)^{\left(\frac{1080}{360}\right)} + 8,754.76$$

$$S = 26,620.54$$

DIAGRAMA DE FLUJO DE DINERO de caso b)



SOLUCIÓN

b) Utilizamos la segunda tasa de interés (TEM2) para calcular el valor de las 12 cuotas vencidas e iguales:

$$R = C * \left(\frac{\text{TEP} * (1 + \text{TEP})^n}{(1 + \text{TEP})^n - 1} \right)$$

$$R = C * \left(\frac{\text{TEM}2 * (1 + \text{TEM}2)^{12}}{(1 + \text{TEM}2)^{12} - 1} \right)$$

$$R = 26,620.54 * \left(\frac{0.439232227\% * (1 + 0.439232227\%)^{12}}{(1 + 0.439232227\%)^{12} - 1} \right)$$

$$R = 2,282.22$$

c) Luego, utilizamos la fórmula que nos permite convertir una cuota vencida en una cuota adelantada:

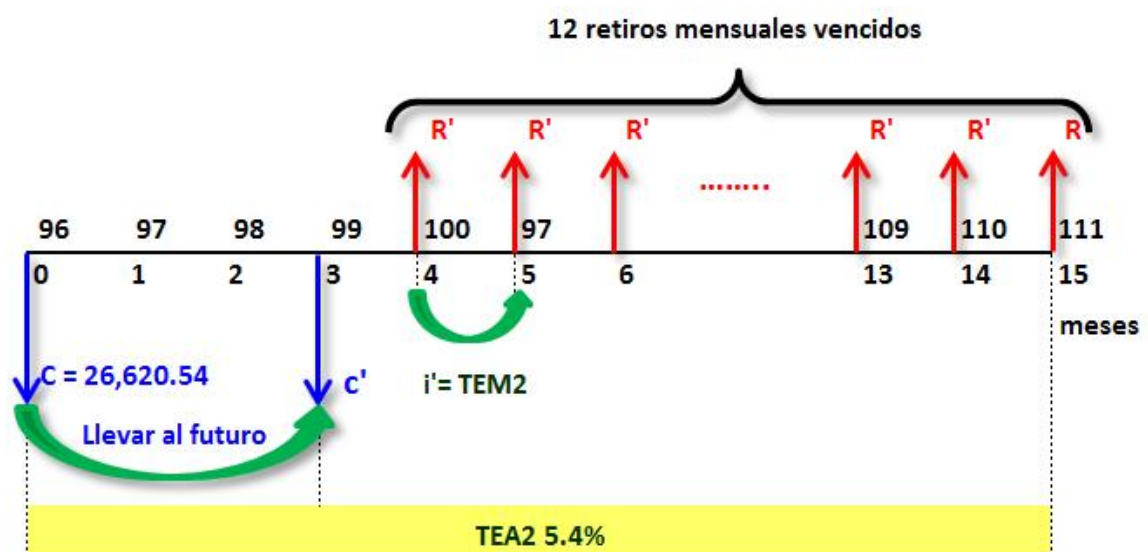
$$Ra = \frac{R}{1 + \text{TEP}}$$

$$Ra = \frac{R}{1 + \text{TEM2}}$$

$$Ra = \frac{2,282.22}{1 + 0.439232227\%}$$

$$Ra = 2,272.24$$

DIAGRAMA DE FLUJO DE DINERO de caso d)



SOLUCIÓN

d) Para desarrollar este último caso, es necesario llevar el monto acumulado S del caso a) al futuro 3 meses, de tal modo que el nuevo R se calculará con el flujo equivalente en tiempo mes 99:

$$S = C * (1 + \text{TEP})^{\left(\frac{\text{N}^\circ \text{ días Trasladar}}{\text{N}^\circ \text{ días TEP}}\right)}$$

$$C' = C * (1 + \text{TEM2})^{\left(\frac{90}{30}\right)}$$

$$C' = 26,620.54 * (1 + 0.439232227\%)^{\left(\frac{90}{30}\right)}$$

$$C' = 27,329.84$$

Finalmente, calculamos el valor de las nuevas 12 cuotas iguales vencidas e iguales:

$$R = C * \left(\frac{\text{TEP} * (1 + \text{TEP})^n}{(1 + \text{TEP})^n - 1}\right)$$

$$R = C' * \left(\frac{\text{TEM2} * (1 + \text{TEM2})^{12}}{(1 + \text{TEM2})^{12} - 1}\right)$$

$$R = 27,329.84 * \left(\frac{0.439232227\% * (1 + 0.439232227\%)^{12}}{(1 + 0.439232227\%)^{12} - 1}\right)$$

$$R = 2,343.03$$