
Matemática Financiera

Autor:
**José M. Martín
Senmache
Sarmiento**

Capítulo 9:
**Indicadores de
Rentabilidad**

**Solución de
Ejercicio N°3**



e-financebook

3. Usted ha sido contratado como asesor financiero de **Inversiones Occidente S.A.C.**, empresa dedicada a realizar inversiones en proyectos especiales. La empresa utiliza una de TEA 7.0% como tasa de descuento de sus proyectos de inversión. Si los flujos de caja neto de los proyectos en US\$ se muestran a continuación, y aplicando los siguientes métodos:

- a) Valor Presente Neto (VAN).
- b) Tasa Interna de Retorno (TIR).
- c) Período de recuperación descontado (PRD).
- d) Relación Beneficio / Costo (B/C).

Mes	Fecha	Proyecto Alfa	Proyecto Omega	Proyecto Gamma
0	01/06/2012	(3,500.00)	(3,000.00)	(3,250.00)
1	01/06/2013	900.00	850.00	700.00
2	01/06/2014	925.00	850.00	770.00
3	01/06/2015	950.00	850.00	847.00
4	01/06/2016	975.00	850.00	932.00
5	01/06/2017	1,000.00	850.00	1,000.00
6	01/06/2018	1,025.00	850.00	1,150.00

Se le pide, responder a las siguientes interrogantes:

- a) ¿Qué criterio utilizaría para su selección?
- b) ¿Por cuál de los proyectos optaría?
- c) Sensibilice a partir de que Tasa podríamos cambiar de opinión.
- d) Si la tasa de descuento de la empresa subiera a 8%, cambiaría de opinión? Si, No ¿Porque?
- e) ¿A qué tasa de descuento ninguno de los proyectos le serían convenientes?

Respuestas: a) El VAN, b) Proyecto Alfa, porque produce el mayor VAN que es US\$ 1,064.35, c) A partir de 7.68326354443% me conviene Omega, d) Sí, ahora me conviene el VAN de US\$ 929.45 que le pertenece al Proyecto Omega, d) A 17.6478753486% porque todos darían VAN negativo

FÓRMULAS	
Número	Fórmula
19	$TEP_2 = (1 + TEP_1)^{\left(\frac{N^{\circ}\text{díasTEP2}}{N^{\circ}\text{díasTEP1}}\right)} - 1$
21	$C = \frac{S}{(1 + TEP)^{\left(\frac{N^{\circ}\text{díasTrasladar}}{N^{\circ}\text{díasTEP}}\right)}}$
72	$VAN = -\text{Inversión} + \sum_{t=1}^n \frac{FC_t}{(1 + COK)^t}$ $VAN = -\text{Inversión} + \frac{FC_1}{(1 + COK)^1} + \frac{FC_2}{(1 + COK)^2} + \dots + \frac{FC_n}{(1 + COK)^n}$
74	$-\text{Inversión} + \sum_{t=1}^n \frac{FC_t}{(1 + TIR)^t} = 0$ $-\text{Inversión} + \frac{FC_1}{(1 + TIR)^1} + \frac{FC_2}{(1 + TIR)^2} + \dots + \frac{FC_n}{(1 + TIR)^n} = 0$
76	$B/C = \frac{VA}{\text{Inversión}}$ $B/C = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{FC_t}{(1 + COK)^t}}{\text{Inversión}}$ $B/C = \frac{\frac{FC_1}{(1 + COK)^1} + \frac{FC_2}{(1 + COK)^2} + \dots + \frac{FC_n}{(1 + COK)^n}}{\text{Inversión}}$

DIAGRAMA DE FLUJO DE CAJA NETO DE PROYECTO ALFA

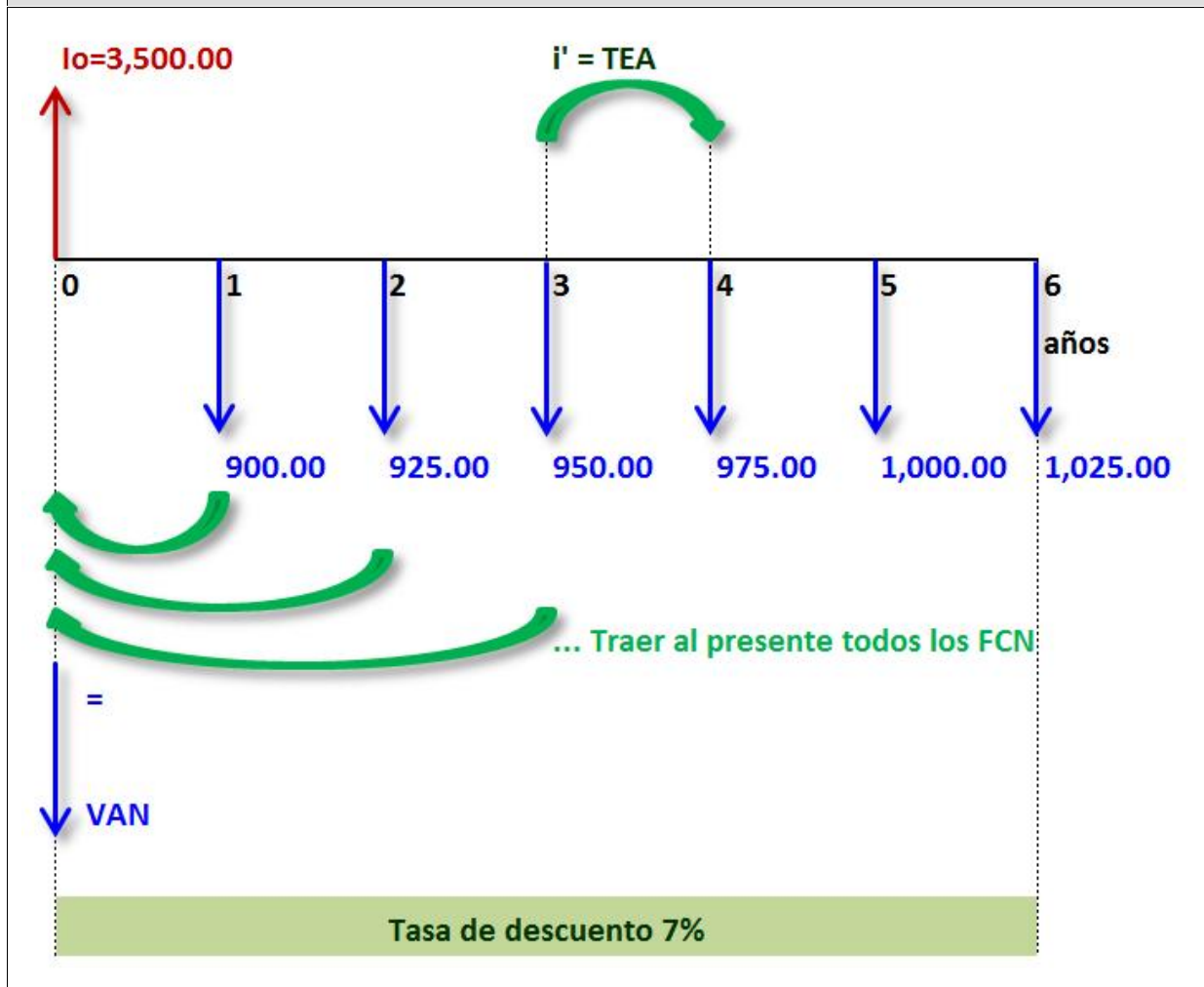


DIAGRAMA DE FLUJO DE CAJA NETO DE PROYECTO OMEGA

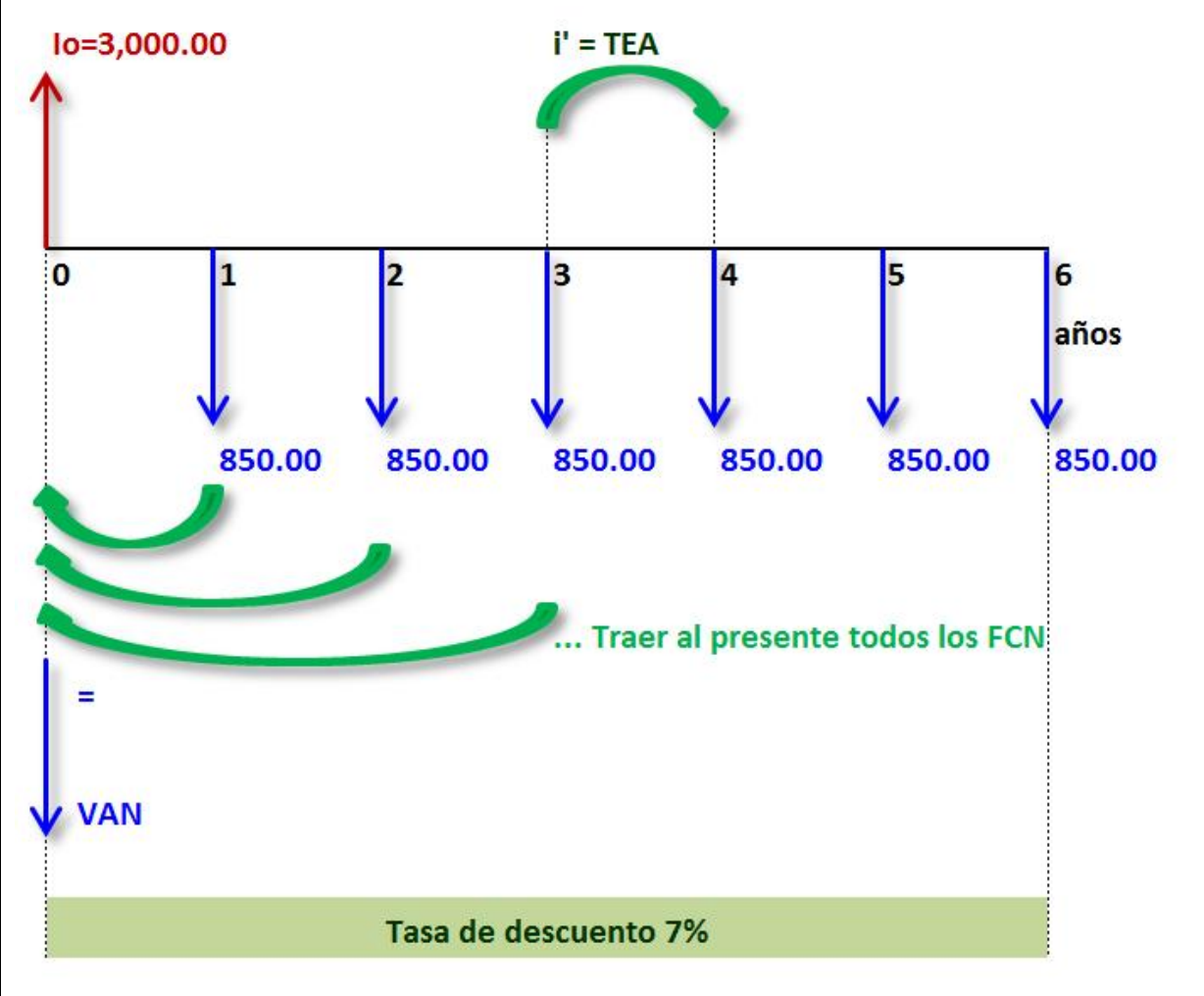
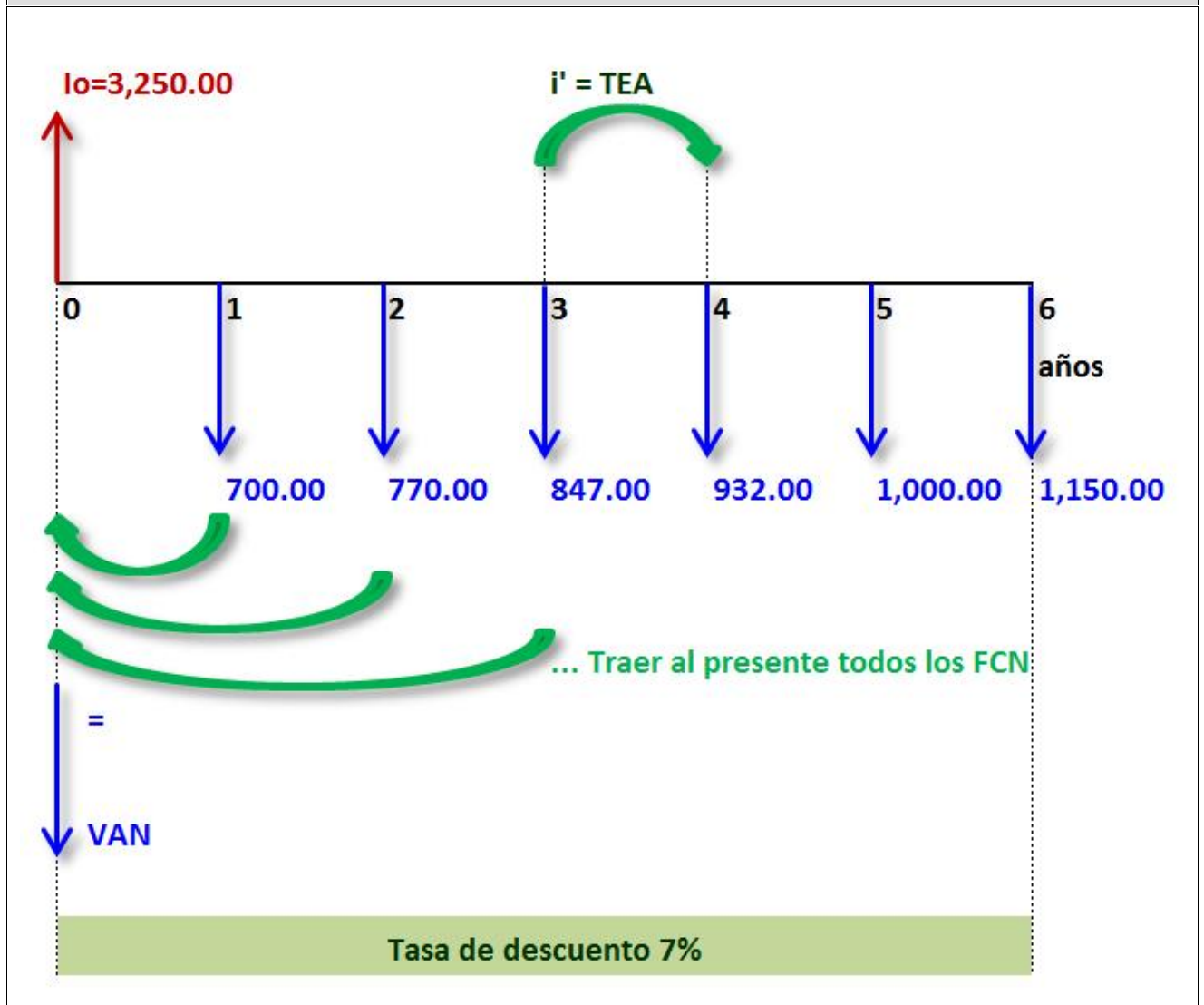


DIAGRAMA DE FLUJO DE CAJA NETO DE PROYECTO GAMMA



SOLUCIÓN

a) Utilizaremos el VAN como criterio de decisión. (Se redondeará sólo el resultado final)

✓ **Proyecto Alfa:** Utilizaremos calendario ordinario.

$$\text{VAN} = -\text{Inversión} + \sum_{t=1}^6 \frac{\text{FC}_t}{(1 + \text{COK})^t}$$

$$\text{VAN} = -\text{Inversión} + \frac{\text{FC}_1}{(1 + \text{COK})^1} + \frac{\text{FC}_2}{(1 + \text{COK})^2} + \dots + \frac{\text{FC}_6}{(1 + \text{COK})^6}$$

$$\text{VAN} = -3,500.00 + \frac{900.00}{(1 + 7\%)^1} + \frac{925.00}{(1 + 7\%)^2} + \frac{950.00}{(1 + 7\%)^3} + \frac{975.00}{(1 + 7\%)^4} + \frac{1,000.00}{(1 + 7\%)^5} + \frac{1,025.00}{(1 + 7\%)^6}$$

$$\text{VAN} = -3,500.00 + 841.12 + 807.93 + 775.48 + 743.82 + 712.99 + 683.00$$

$$\text{VAN} = 1,064.35$$

✓ **Proyecto Omega:** Utilizaremos calendario ordinario.

$$\text{VAN} = -\text{Inversión} + \sum_{t=1}^6 \frac{\text{FC}_t}{(1 + \text{COK})^t}$$

$$\text{VAN} = -\text{Inversión} + \frac{\text{FC}_1}{(1 + \text{COK})^1} + \frac{\text{FC}_2}{(1 + \text{COK})^2} + \dots + \frac{\text{FC}_6}{(1 + \text{COK})^6}$$

$$\text{VAN} = -3,000.00 + \frac{850.00}{(1 + 7\%)^1} + \frac{850.00}{(1 + 7\%)^2} + \frac{850.00}{(1 + 7\%)^3} + \frac{850.00}{(1 + 7\%)^4} + \frac{850.00}{(1 + 7\%)^5} + \frac{850.00}{(1 + 7\%)^6}$$

$$\text{VAN} = -3,000.00 + 794.39 + 742.42 + 693.85 + 648.46 + 606.04 + 566.39$$

$$\text{VAN} = 1,051.56$$

✓ **Proyecto Gamma:** Utilizaremos calendario ordinario.

$$VAN = -\text{Inversión} + \sum_{t=1}^6 \frac{FC_t}{(1 + COK)^t}$$

$$VAN = -\text{Inversión} + \frac{FC_1}{(1 + COK)^1} + \frac{FC_2}{(1 + COK)^2} + \dots + \frac{FC_6}{(1 + COK)^6}$$

$$VAN = -3,250.00 + \frac{700.00}{(1 + 7\%)^1} + \frac{770.00}{(1 + 7\%)^2} + \frac{847.00}{(1 + 7\%)^3} + \frac{932.00}{(1 + 7\%)^4} + \frac{1,000.00}{(1 + 7\%)^5} + \frac{1,150.00}{(1 + 7\%)^6}$$

$$VAN = -3,250.00 + 654.21 + 672.55 + 691.40 + 711.02 + 712.99 + 766.29$$

$$VAN = 958.46$$

Conclusión: Por VAN, nos conviene optar por el Proyecto Alfa.

SOLUCIÓN

b) **Cálculo de la TIR:** Para el caso del cálculo de la TIR, será necesario iterar (tantear), para encontrar el valor que hace cumplir la igualdad del $VAN=0$, o utilizar la hoja de cálculo MS Excel, tal como se muestra en el archivo adjunto.

✓ **Proyecto Alfa:** Utilizaremos calendario ordinario.

$$VAN = -\text{Inversión} + \sum_{t=1}^6 \frac{FC_t}{(1 + TIR)^t} = 0$$

$$VAN = -\text{Inversión} + \frac{FC_1}{(1 + TIR)^1} + \frac{FC_2}{(1 + TIR)^2} + \dots + \frac{FC_6}{(1 + TIR)^6} = 0$$

$$VAN = -3,500.00 + \frac{900.00}{(1 + TIR\%)^1} + \frac{925.00}{(1 + TIR\%)^2} + \frac{950.00}{(1 + TIR\%)^3} + \frac{975.00}{(1 + TIR\%)^4} + \frac{1,000.00}{(1 + TIR\%)^5} + \frac{1,025.00}{(1 + TIR\%)^6} = 0$$

$$TIR = 0.160759430293434$$

$$TIR = 16.0759430293434\% \text{ (expresado como TEA)}$$

✓ **Proyecto Omega:** Utilizaremos calendario ordinario.

$$VAN = -\text{Inversión} + \sum_{t=1}^6 \frac{FC_t}{(1 + TIR)^t} = 0$$

$$VAN = -\text{Inversión} + \frac{FC_1}{(1 + TIR)^1} + \frac{FC_2}{(1 + TIR)^2} + \dots + \frac{FC_6}{(1 + TIR)^6} = 0$$

$$VAN = -3,000.00 + \frac{850.00}{(1 + TIR\%)^1} + \frac{850.00}{(1 + TIR\%)^2} + \frac{850.00}{(1 + TIR\%)^3} + \frac{850.00}{(1 + TIR\%)^4} + \frac{850.00}{(1 + TIR\%)^5} + \frac{850.00}{(1 + TIR\%)^6} = 0$$

$$TIR = 0.176478753967328$$

$$TIR = 17.6478753967328\% \text{ (expresado como TEA)}$$

✓ **Proyecto Gamma:** Utilizaremos calendario ordinario.

$$VAN = -\text{Inversión} + \sum_{t=1}^6 \frac{FC_t}{(1 + TIR)^t} = 0$$

$$VAN = -\text{Inversión} + \frac{FC_1}{(1 + TIR)^1} + \frac{FC_2}{(1 + TIR)^2} + \dots + \frac{FC_6}{(1 + TIR)^6} = 0$$

$$VAN = -3,250.00 + \frac{700.00}{(1 + TIR\%)^1} + \frac{770.00}{(1 + TIR\%)^2} + \frac{847.00}{(1 + TIR\%)^3} + \frac{932.00}{(1 + TIR\%)^4} + \frac{1,000.00}{(1 + TIR\%)^5} + \frac{1,150.00}{(1 + TIR\%)^6} = 0$$

$$TIR = 0.152626058050663$$

$$TIR = 15.2626058050663\% \text{ (expresado como TEA)}$$

Conclusión: Por TIR, el modelo que nos proporciona mayor rendimiento es el modelo Omega.

SOLUCIÓN

c) **Cálculo del B/C:** (Se redondeará sólo el resultado final)

✓ **Proyecto Alfa:** Utilizaremos calendario ordinario.

$$B/C = \frac{\sum_{t=1}^6 \frac{FC_t}{(1 + COK)^t}}{\text{Inversión}}$$

$$B/C = \frac{\frac{FC_1}{(1 + COK)^1} + \frac{FC_2}{(1 + COK)^2} + \dots + \frac{FC_6}{(1 + COK)^6}}{\text{Inversión}}$$

$$B/C = \frac{\frac{900.00}{(1 + 7\%)^1} + \frac{925.00}{(1 + 7\%)^2} + \frac{950.00}{(1 + 7\%)^3} + \frac{975.00}{(1 + 7\%)^4} + \frac{1,000.00}{(1 + 7\%)^5} + \frac{1,025.00}{(1 + 7\%)^6}}{3,500.00}$$

$$B/C = 1.30$$

✓ **Proyecto Omega:** Utilizaremos calendario ordinario.

$$B/C = \frac{\sum_{t=1}^6 \frac{FC_t}{(1 + COK)^t}}{\text{Inversión}}$$

$$B/C = \frac{\frac{FC_1}{(1 + COK)^1} + \frac{FC_2}{(1 + COK)^2} + \dots + \frac{FC_6}{(1 + COK)^6}}{\text{Inversión}}$$

$$B/C = \frac{\frac{850.00}{(1 + 7\%)^1} + \frac{850.00}{(1 + 7\%)^2} + \frac{850.00}{(1 + 7\%)^3} + \frac{850.00}{(1 + 7\%)^4} + \frac{850.00}{(1 + 7\%)^5} + \frac{850.00}{(1 + 7\%)^6}}{3,000.00}$$

$$B/C = 1.35$$

✓ **Proyecto Gamma:** Utilizaremos calendario ordinario.

$$B/C = \frac{\sum_{t=1}^6 \frac{FC_t}{(1 + COK)^t}}{\text{Inversión}}$$

$$B/C = \frac{\frac{FC_1}{(1 + COK)^1} + \frac{FC_2}{(1 + COK)^2} + \dots + \frac{FC_6}{(1 + COK)^6}}{\text{Inversión}}$$

$$B/C = \frac{\frac{700.00}{(1 + 7\%)^1} + \frac{770.00}{(1 + 7\%)^2} + \frac{847.00}{(1 + 7\%)^2} + \dots + \frac{1,000.00}{(1 + 7\%)^5} + \frac{1,150.00}{(1 + 7\%)^6}}{3,250.00}$$

$$B/C = 1.29$$

Conclusión: Por B/C, el proyecto que nos proporciona mayor beneficio contra la inversión es el Proyecto Omega.

SOLUCIÓN

d) **Cálculo del PRD:** Se calcula por relaciones trigonométricas, bajo la hipótesis de que la curva del Flujo Acunulado Descontado “es una línea recta”, por lo que se presume que la tangente del ángulo que hace dicha curva con la horizontal es siempre la misma, por lo que (se redondeará sólo el resultado final):

✓ **Proyecto Alfa:**

$$\text{Tag}(\alpha) = \frac{331.64}{X} = \frac{381.34}{1-X}$$

$$331.64 - 331.64 * X = 381.34 * X$$

$$712.98 * X = 331.64$$

$$X = \frac{331.64}{712.98}$$

$$X = 0.46514487345 \text{ años}$$

Entonces :

$$\text{PRD} = 4 + X$$

$$\text{PRD} = 4 + 0.46514487345$$

$$\text{PRD} \cong 4.47 \text{ años}$$

✓ **Proyecto Omega:**

$$\text{Tag}(\omega) = \frac{120.87}{Y} = \frac{485.17}{1-Y}$$

$$120.87 - 120.87 * Y = 485.17 * Y$$

$$606.04 * Y = 120.87$$

$$Y = \frac{120.87}{606.04}$$

$$Y = 0.19944356894118 \text{ años}$$

Entonces :

$$\text{PRD} = 4 + Y$$

$$\text{PRD} = 4 + 0.19944356894118$$

$$\text{PRD} \cong 4.20 \text{ años}$$

SOLUCIÓN

✓ **Proyecto Gamma:**

$$\text{Tag}(\delta) = \frac{520.82}{Z} = \frac{192.16}{1-Z}$$

$$520.82 - 520.82 * Z = 192.16 * Z$$

$$712.98 * Z = 520.82$$

$$Z = \frac{520.82}{712.98}$$

$$Z = 0.730482507775 \text{ años}$$

Entonces :

$$\text{PRD} = 4 + Z$$

$$\text{PRD} = 4 + 0.730482507775$$

$$\text{PRD} \cong 4.73 \text{ años}$$

Conclusión: Por PRD, el proyecto que nos permite recuperar nuestra inversión lo más rápido posible es el Proyecto Omega.

CUESTIONARIO

- a) Financieramente, y partiendo del supuesto que los tres proyectos tienen el mismo nivel de riesgo, siempre debemos tener como nuestro primer punto de referencia al VAN.
- b) Por lo anterior, deberíamos elegir al **Proyecto Alfa** como nuestra mejor alternativa.
- c) Para el caso del análisis de sensibilidad de la tasa de interés de descuento, **la cual se conoce como la Tasa de Corte**, que no es sino aquella tasa de descuento para la cual nos sería indiferente cualquiera de los tres proyectos a analizar; no queda otra forma de trabajo, que es la de tabular los resultados en una hoja MS Excel (tal como se muestra en el archivo adjunto), comparando las diferentes Tasas de descuento con sus respectivos VAN (por cada opción), luego de lo cual se deberá

crear un **gráfico del tipo dispersión con líneas suavizadas** y verificar el punto donde estas se intersectan; para nuestro caso y viendo el contenido de la hoja de MS Excel adjunta a continuación, podemos verificar que en el punto $TIR=7.68\%$ las curva de Alfa y Omega se cortan, por lo que **a la izquierda de dicha tasa conviene optar por el Proyecto Alfa**, y **a la derecha nos conviene optar por el Proyecto Omega**; luego, en el punto $TIR=2.06\%$ las curva de Omega y Gamma se cortan, por lo que **a la izquierda de dicha tasa conviene optar por el Proyecto Gamma**, y **a la derecha nos conviene optar por el Proyecto Omega**; finalmente y a pesar de que los otros dos proyectos se cortan en $TIR = 41.61\%$, este ya no es relevante por estar ambos con VAN negativo y por tanto no ser atractivo ninguno de los dos.

- d) Algunas veces, será necesario corregir el uso de la tasa de descuento, de tal manera que podamos incluir la posibilidad de modificaciones en el futuro cercano, por fluctuaciones debido a la interacción con el sistema. Por ejemplo, en este caso, nos preguntan si es que para una tasa de descuento del 8% cambiaríamos de opinión, **la respuesta es que Sí**, porque esta tasa se encuentra a la derecha de la tasa de corte que es de 7.68% y deberíamos optar ahora por el Proyecto Omega, el cual entregaría un VAN de 929.45 versus 923.67 del Proyecto Alfa.
- e) Es importante hacer notar que si seguimos haciendo crecer las expectativas sobre el comportamiento de la tasa de descuento y esta, por ejemplo, podría llegar a ser 17.6478698360227% (vea primero el gráfico el archivo de MS Excel), entonces ninguno de los tres proyectos nos convendría, puesto que todos producirían un VAN menor a cero (negativo), cuya interpretación financiera directa tiene un significado equivalente a **POBREZA**, y nadie desea ver disminuida su riqueza como producto de una inversión.